



Konstruksi *Error Correcting Code* Berdasarkan Graf Tangga Segitiga

Fatihah Nasywa Hamidah*

Universitas Sebelas Maret, *Penulis Korespondensi: fatihahnasywa21@student.uns.ac.id

Putranto Hadi Utomo

Universitas Sebelas Maret

Diari Indriati

Universitas Sebelas Maret

ABSTRAK

Dalam komunikasi digital, kesalahan pada proses transmisi data tidak dapat dihindari sehingga diperlukan teknik koreksi kesalahan yang efektif dan efisien. Penelitian ini membahas konstruksi *Error Correcting Code* (ECC) berbasis struktur graf, khususnya graf tangga segitiga modifikasi (TM_n). Metode yang digunakan meliputi studi literatur dan analisis matematis. Graf dimodifikasi dengan menambahkan beberapa *edge* baru pada graf tangga segitiga (TS_n) untuk memperkuat keterhubungan antar *vertex*. Setiap graf kemudian direpresentasikan dalam bentuk *adjacency matrix*, yang selanjutnya digunakan untuk membentuk matriks generator $G = [I|A]$. Dari matriks generator tersebut dianalisis parameter kode yang meliputi panjang kode (n), dimensi kode (k), jarak minimum (d), serta nilai *code rate* (R). Hasil penelitian menunjukkan bahwa variasi graf TM_3 , TM_4 dan TM_5 menghasilkan kode linier dengan parameter berturut-turut $(12,6,4)$, $(16,8,4)$ dan $(20,10,4)$, serta nilai *code rate* konstan yaitu $R = 0.5$. Selain itu, nilai jarak minimum $d = 4$ pada seluruh konstruksi menunjukkan bahwa kode mampu mendeteksi hingga 3 kesalahan dan mengoreksi 1 kesalahan pada proses transmisi. Dengan demikian, graf tangga segitiga modifikasi terbukti efektif dalam membentuk ECC yang efisien, memiliki struktur stabil, serta memberikan kemampuan deteksi dan koreksi kesalahan yang baik.

Kata kunci: *Adjacency Matrix*, *Error Correcting Graf*, Graf Tangga Segitiga, Teori Graf

PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi komunikasi digital menuntut sistem transmisi data yang mampu menjamin keakuratan informasi meskipun melalui saluran yang rentan terhadap gangguan. Gangguan atau *noise* pada proses pengiriman data dapat menyebabkan terjadinya kesalahan bit yang berakibat pada berubahnya informasi yang diterima. Oleh karena itu, *Error Correcting Code* (ECC) digunakan sebagai teknik penting untuk meningkatkan keandalan sistem komunikasi melalui kemampuan mendeteksi dan memperbaiki kesalahan data secara otomatis (Pless, 1998).

Salah satu kelas ECC yang banyak dikembangkan adalah kode linier biner karena memiliki struktur matematis yang efisien dan mudah dianalisis menggunakan konsep aljabar linier. Dalam konstruksi kode linier, matriks generator memegang peranan penting dalam membentuk *codeword* dengan jarak yang cukup besar dalam ruang vektor, sehingga kesalahan dapat terdeteksi dan dikoreksi secara optimal.

Salah satu pendekatan yang berkembang dalam pembentukan matriks generator adalah pemanfaatan teori graf. Graf merupakan representasi matematis yang mampu memodelkan hubungan antar elemen secara sistematis dan terstruktur. Dalam konteks *coding theory*, graf digunakan untuk merepresentasikan hubungan antar bit, struktur kode, serta mekanisme deteksi dan koreksi kesalahan. Pemanfaatan sifat-sifat graf, *error correcting code* dapat

dikembangkan dengan karakteristik tertentu seperti jarak minimum yang besar dan kompleksitas dekoding yang rendah (Tonchev, 2002).

Salah satu struktur graf yang berpotensi dikembangkan menjadi dasar pembentukan ECC adalah graf tangga segitiga (TS_n). Graf ini tersusun dari segitiga-segitiga yang saling terhubung melalui *edge* horizontal, vertikal, dan diagonal pada setiap tingkatannya, sehingga membentuk pola menyerupai tangga dengan struktur hubungan yang teratur namun tetap kompleks (Fitrianda *et al.*, 2018). Selain itu, representasi ECC menggunakan *adjacency matrix* dari graf ini juga mendukung penerapan algoritma deteksi dan koreksi kesalahan yang efisien (Babu *et al.*, 2018).

Namun, graf TS_n masih memiliki keterbatasan pada jumlah *edge* antar *vertex* sehingga *adjacency matrix* yang dihasilkan kurang kompleks. Kondisi ini menyebabkan nilai jarak minimum (d) yang diperoleh belum optimal dalam pembentukan ECC. Oleh karena itu, dilakukan pengembangan struktur dengan menambahkan *edge* diagonal dan vertikal tambahan sehingga terbentuk graf tangga segitiga modifikasi (TM_n). Modifikasi ini diharapkan dapat meningkatkan variasi struktur graf, memperkaya representasi matriks yang dihasilkan, serta mampu menghasilkan parameter ECC yang lebih baik tanpa mengurangi efisiensi kode.

Meskipun berbagai penelitian telah mengkaji *error correcting code* berbasis graf serta karakteristik graf tangga segitiga (TS_n), kajian yang ada masih terbatas pada struktur graf standar. Secara khusus, pengaruh modifikasi struktur graf melalui penambahan *edge* diagonal dan vertikal terhadap parameter kode yang dihasilkan belum banyak dikaji. Oleh karena itu, penelitian ini mengusulkan konstruksi *error correcting code* berbasis graf tangga segitiga modifikasi (TM_n) serta melakukan analisis sistematis terhadap parameter kode yang dihasilkan, meliputi panjang kode (n), dimensi kode (k), jarak minimum (d), serta nilai *code rate* (R). Penelitian ini diharapkan dapat mengisi celah penelitian dalam pengembangan ECC berbasis struktur graf yang efisien, terukur, dan memiliki performa yang stabil dalam menghadapi gangguan pada saluran komunikasi data.

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dan analisis matematis. Penelitian ini dilakukan melalui beberapa tahapan yang saling berkaitan untuk memperoleh hasil yang sistematis dan terukur.

1. Kajian Teori

Memperelajari konsep dasar *error correcting code* (ECC), teori kode linier biner, serta teori graf yang menjadi dasar pembentukan kode.

2. Konstruksi Graf

Membangun graf tangga segitiga modifikasi (TM_n) berdasarkan struktur graf tangga segitiga (TS_n).

- Graf tangga segitiga dibentuk dari susunan segitiga yang saling terhubung melalui *edge-edge* tertentu membentuk pola menyerupai tangga.
- Modifikasi dilakukan dengan menambahkan beberapa *edge* diagonal dan vertikal untuk memperkuat keterhubungan antar *vertex*.

- c. Penelitian ini menggunakan 3 variasi graf, yaitu TM_3 , TM_4 dan TM_5 , untuk melihat pola perubahan parameter kode.

3. Representasi Aljabar

Mengubah graf yang telah dikonstruksi menjadi matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*).

- $a_{ij} = 1$, jika terdapat *edge* yang menghubungkan *vertex* v_i dan v_j .
- $a_{ij} = 0$, jika tidak ada *edge* antara *vertex* v_i dan v_j .

Matriks ini digunakan sebagai dasar pembentukan matriks generator.

4. Pembentukan Matriks Generator

Menyusun matriks generator (G) dalam bentuk standar.

$$G = [I \mid A],$$

di mana I merupakan matriks identitas dan A merupakan bagian dari *adjacency matrix*. Matriks generator digunakan untuk menghasilkan semua *codeword* dalam ruang kode linear.

5. Perhitungan Parameter Kode

Menentukan parameter utama dari *error correcting code*, yaitu:

- Panjang kode (n)
- Dimensi kode (k)
- Jarak minimum antar *codeword* (d)

Selanjutnya dihitung nilai *code rate* $R = \frac{k}{n}$ untuk mengukur efisiensi kode yang dihasilkan.

6. Kemampuan Deteksi dan Koreksi Kesalahan

Menghitung kemampuan kode dalam mendeteksi dan mengoreksi kesalahan menggunakan jarak minimum (d).

- Deteksi kesalahan: $(d - 1)$.
- Koreksi kesalahan: $t = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$.

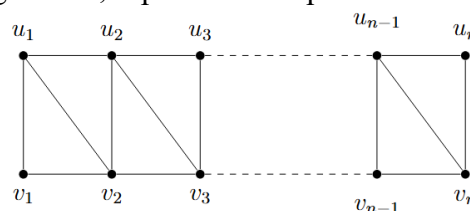
c. Analisis Hasil

Menganalisis hubungan antara struktur graf tangga segitiga modifikasi dengan parameter kode (n, k, d, R) .

Analisis ini digunakan untuk menilai efisiensi, kestabilan, dan potensi pengembangan kode yang dihasilkan dari struktur graf yang dimodifikasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

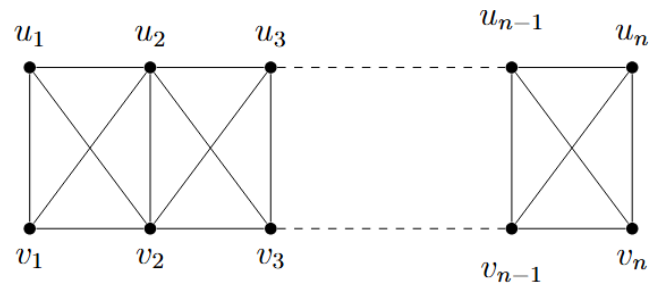
Penelitian ini diawali dengan kajian terhadap graf tangga segitiga (TS_n), yaitu graf yang tersusun dari deretan segitiga yang saling terhubung melalui *edge* horizontal, vertikal, diagonal. Setiap segitiga berurutan dengan sedikitnya satu *edge* dari segitiga lain, membentuk pola menyerupai tangga yang teratur, seperti terlihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Graf Tangga Segitiga TS_n

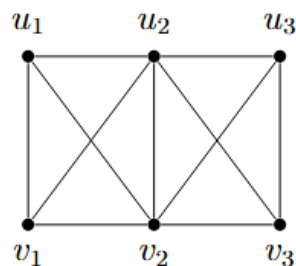
Graf tangga segitiga memiliki sifat keterhubungan yang teratur dan simetris, sehingga potensial digunakan dalam pembentukan ECC. Namun, struktur TS_n masih terbatas pada jumlah *edge* penghubung, sehingga *adjacency matrix*-nya kurang kompleks dan jarak minimum kode belum optimal.

Untuk mengatasinya, graf dimodifikasi dengan menambahkan *edge* diagonal dan vertikal, membentuk graf tangga segitiga modifikasi (TM_n). Modifikasi ini memperkuat hubungan antar *vertex* dan menghasilkan *adjacency matrix* yang lebih kompleks serta efisien dalam pembentukan kode. Bentuk modifikasi ditunjukkan pada Gambar 2.

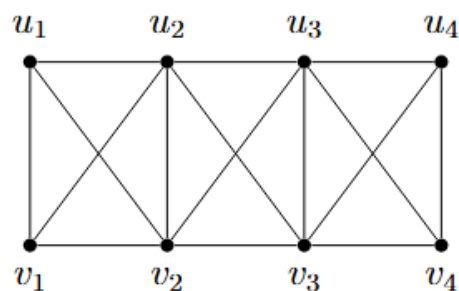


Gambar 2. Graf Tangga Segitiga Modifikasi TM_n

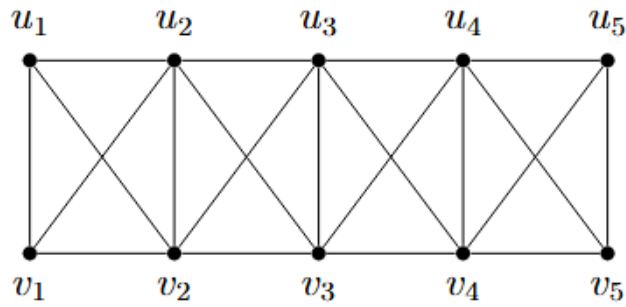
Dalam penelitian ini digunakan tiga variasi graf, yaitu TM_3 , TM_4 dan TM_5 , yang masing-masing merepresentasikan jumlah *vertex* dan *edge* yang berbeda. Struktur setiap graf ditunjukkan pada Gambar 3, Gambar 4, dan Gambar 5.



Gambar 3. Graf Tangga Segitiga Modifikasi TM_3



Gambar 4. Graf Tangga Segitiga Modifikasi TM_4

Gambar 5. Graf Tangga Segitiga Modifikasi TM_5

Setiap graf direpresentasikan dalam bentuk *adjacency matrix* yang menunjukkan hubungan antar *vertex* dengan *edge*. Jika ada *edge* antara *vertex* i dan *vertex* j , maka $a_{ij} = 1$, jika tidak ada *edge*, maka $a_{ij} = 0$. *Adjacency matrix* untuk masing-masing graf sebagai berikut.

1. *Adjacency Matrix* dari TM_3

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. *Adjacency Matrix* dari TM_4

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. *Adjacency Matrix* dari TM_5

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, dari *adjacency matrix* dibentuk matriks generator (G) dalam bentuk standar

$$G = [I|A],$$

dengan I sebagai matriks identitas dan A merupakan *adjacency matrix*. Matriks generator digunakan untuk menghasilkan seluruh *codeword* dalam ruang kode linear yang dibangun dari struktur graf TM_n . Bentuk matriks generator untuk masing-masing graf sebagai berikut.

1. Matriks Generator dari TM_3

$$G = \left[\begin{array}{cccccc|cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

2. Matriks Generator dari TM_4

$$G = \left[\begin{array}{cccccccc|cccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

3. Matriks Generator dari TM_5

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccc|cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

Berdasarkan hasil kontruksi graf dan perhitungan parameter kode, diperoleh hasil pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Parameter Kode Hasil Kontruksi Graf TM_3 , TM_4 , TM_5

Graf	n	k	d	R
TM_3	12	6	4	0,5
TM_4	16	8	4	0,5
TM_5	20	10	4	0,5

Berdasarkan Tabel 1, seluruh variasi graf menghasilkan nilai *code rate* yang sama, yaitu $R = 0,5$. Kekonstanan nilai ini terjadi karena matriks generator dibentuk dalam bentuk standar, sehingga peningkatan ukuran graf menyebabkan pertambahan nilai panjang kode (n) dan dimensi kode (k) secara proporsional. Dengan demikian, meskipun jumlah *vertex* dan *edge* bertambah, efisiensi kode tetap terjaga pada seluruh graf. Selain itu,

seluruh graf menghasilkan nilai jarak minimum ($d = 4$) yang konsisten pada ketiga graf menunjukkan kemampuan kode dalam mendeteksi dan memperbaiki kesalahan pada proses transmisi data.

Kemampuan deteksi kesalahan suatu kode ditentukan oleh, $(d - 1)$, artinya kode dengan jarak minimum d dapat mendeteksi hingga $d - 1$ kesalahan bit. Sementara itu, kemampuan koreksi kesalahan ditentukan oleh nilai,

$$t = \left\lfloor \frac{d - 1}{2} \right\rfloor$$

yang menunjukkan jumlah maksimum kesalahan bit yang dapat diperbaiki.

Dengan demikian, untuk $d = 4$ diperoleh:

$$(d - 1) = 4 - 1 = 3$$

$$t = \left\lfloor \frac{d - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4 - 1}{2} \right\rfloor = 1.5.$$

Artinya, kode yang dihasilkan dari graf TM_3 , TM_4 , dan TM_5 mampu mendeteksi hingga 3 kesalahan dan mendeteksi 1 kesalahan dalam proses transmisi data.

Penambahan *edge* pada graf tangga segitiga modifikasi (TM_n) memperkuat keterhubungan antar *vertex* dan memperkaya struktur *adjacency matrix*, sehingga hubungan linear antar bit dalam kode menjadi lebih kompleks. Meskipun jumlah *edge* meningkat, nilai jarak minimum tetap stabil, yang menunjukkan bahwa modifikasi graf meningkatkan kompleksitas struktur tanpa menurunkan kemampuan deteksi dan koreksi kesalahan.

Seiring dengan penambahan *edge* tersebut, peningkatan ukuran graf juga diikuti oleh bertambahnya jumlah *vertex* dan panjang kode (n) yang dihasilkan. Kondisi ini memberikan keuntungan tambahan berupa fleksibilitas dalam penentuan panjang kode (n) serta struktur kode yang lebih kompleks, yang berpotensi meningkatkan ketahanan terhadap pola kesalahan tertentu. Di sisi lain, bertambahnya ukuran graf menyebabkan ukuran *adjacency matrix* semakin besar, sehingga kompleksitas komputasi pada proses *decoding* turut meningkat. Hal ini menunjukkan adanya *trade-off* antara peningkatan kompleksitas struktur graf dan beban komputasi yang perlu dipertimbangkan dalam perancangan ECC.

Jika dibandingkan dengan ECC berbasis struktur graf lain, seperti graf siklik (*cycle graph*) yang memiliki tingkat keterhubungan relatif rendah atau graf lengkap (*complete graph*) yang memiliki keterhubungan sangat tinggi namun disertai kompleksitas *decoding* yang besar, graf tangga segitiga modifikasi (TM_n) berada pada posisi yang lebih seimbang. Struktur graf yang teratur dan keterhubungan yang cukup kuat memungkinkan diperolehnya parameter kode yang stabil dengan kompleksitas implementasi yang masih terkendali.

Dengan demikian, graf tangga segitiga modifikasi (TM_n) terbukti efektif dalam membentuk *error correcting code* dengan struktur yang stabil, efisien, dan memiliki kemampuan deteksi kesalahan yang baik. Hasil pada variasi TM_3 , TM_4 , TM_5 memperlihatkan bahwa semakin besar ukuran graf, semakin kompleks hubungan antar *vertex* yang terbentuk, namun tetap menghasilkan performa ECC yang optimal.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil kontruksi dan analisis kode yang dibangun dari graf tangga segitiga modifikasi (TM_n), diperoleh bahwa struktur graf tersebut mampu menghasilkan *error correcting code* dengan karakteristik yang stabil dan efisien. Peningkatan ukuran graf dari

TM_3, TM_4 , hingga TM_5 memberikan jumlah *vertex* dan *edge* yang lebih banyak sehingga menghasilkan *adjacency matrix* yang lebih kompleks, namun tetap menjaga nilai *code rate* pada $R = 0.5$. Selain itu, jarak minimum kode yang konsisten, yaitu $d = 4$, menunjukkan bahwa kode yang dihasilkan mampu mendeteksi hingga 3 kesalahan bit dan mengoreksi 1 kesalahan bit dalam proses transmisi data.

Modifikasi struktur graf tangga segitiga terbukti dapat meningkatkan keterhubungan antar *vertex* sehingga memperoleh parameter ECC yang baik tanpa menurunkan efisien kode. Secara praktis, karakteristik ini menunjukkan potensi graf tangga segitiga modifikasi untuk diterapkan sebagai dasar perancangan ECC ringan (*lightweight ECC*), khususnya pada sistem komunikasi dengan keterbatasan sumber daya seperti *Internet of Things* (IoT).

Selain itu, hasil penelitian ini membuka peluang pengembangan lebih lanjut, antara lain dengan memperluas ukuran graf (TM_n) untuk memperoleh parameter kode yang lebih beragam serta melakukan perbandingan performa dengan ECC berbasis struktur graf lain, seperti graf kisi atau graf siklik, guna mengevaluasi keunggulan relatif graf tangga segitiga modifikasi. Dengan demikian, graf tangga segitiga modifikasi (TM_n) memiliki potensi kuat untuk dikembangkan lebih lanjut sebagai dasar pembentukan *error correcting code* yang efektif dan andal pada sistem komunikasi digital.

DAFTAR PUSTAKA

- Alon, N. (2024). Graph-codes. *European Journal of Combinatorics*, 116, 103880.
- Angraini, F., Welyyanti, D., & Syafruddin. (2018). Dimensi Metrik dan Dimensi Partisi Dari Graf Tangga Segitiga TR_n Untuk $n = 2,3$. *Jurnal Matematika UNAND*, 7(2), 46-52.
- Atmadja, K., Sugeng, K. A., & Yuniarko, T. (2014). Pelabelan Harmonis pada Graf Tangga Segitiga. *Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII, ITS Surabaya*.
- Atstsauri, M. F., & Utomo, P. H. (2025). Penerapan Struktur Aljabar *Galois Field* Pada *Error-Correcting Codes*. *Proceeding Galuh Mathematics National Conference*, 5(1), 162-167.
- Babu, N. S., Singh, G. S., & Sreedevi, S. L. (2018). Graph and Codes. *IJMTT Journal*.
- Bai, S. (2025). Important Properties and Applications of Adjacency Matrix. *Mathematics Education Journal*.
- Batiha, M. I., Amin, M., Mohamed, B., & Jebril, H. I. (2024). Connected Metric Dimension of The Classes of Ladder Graphs. *Mathematical Models in Engineering*, 10(2), 65-74.
- Chartrand, G., & Lesniak, L. (1986). *Graphs and Digraphs 2nd ed*. Wadsworth Inc.
- El-Shanawany, R., El-Sheikh, S. A., Halawa, S. R., & Shabana, H. (2022). *Graph Based Approach for Error-Detect Correcting Codes*. *Applied Mathematics & Information Science*, 16(6), 995-1003.
- Fitrianda, S., Yulianti, L., & Narwen. (2018). Rainbow Connection Number dan Strong Rainbow Connection Number pada graf tangga segitiga yang diperumum. *Jurnal Matematika UNAND*, 7(1), 135-142.
- Johnson, D. (2017). *Matrix Representations of Graphs: Adjacency, Incidence, and Laplacian Matrices*. Springer.
- Kopparty, S., Potukuchi, A., & Sha, H. (2024). *Error-Correcting Graph Codes*. *University of Toronto*.
- Kshirsagar, R. M. (2022). Graph-based and algebraic codes for error-correction and erasure recovery.
- Kurz, S. (2020). On The Number of Minimal Codewords in Codes Generated By The Adjacency Matrix of A Graph. *arXiv preprint*, arXiv:2006.02957.

- Moon, T. K. (2021). *Error Correction Coding 2nd ed.* John Wiley and Sons, Inc.
- Pless, V. (1998). *Introduction To The Theory of Error Correcting Code: third edition.* Wiley-Interscience.
- Polak, M., & Zhupa, E. (2016). Graph Based Linear Error Correcting Codes. *Albanian Journal of Mathematics*, 10(1), 37-45.
- Tonchev, V. D. (2002). Error Correcting Codes From Graphs. *Discrete Mathematics*, 257(2-3), 549-557.
- Vandermolen, R. R., & Duncan, W. (2022). Graph-Theoretic Approach to Quantum Error Correction. *Physical Review A*, 105(3), 032450.
- Xu, M. (2019). From Expander Graphs to Error Correting Codes. *Doctoral dissertation, University of California, Berkeley.*