



Simulasi Numerik Model Epidemik SIR untuk Penyebaran Penyakit Menular Menggunakan Metode Euler

Bambang Agus Sulistyono*

Universitas Nusantara PGRI Kediri, *Penulis Korespondensi: bb7agus1@unpkediri.ac.id

Samijo

Universitas Nusantara PGRI Kediri

Dian Devita Yohanie

Universitas Nusantara PGRI Kediri

ABSTRAK

Model matematika memiliki peran penting dalam memahami dinamika penyebaran penyakit menular di suatu populasi. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan simulasi numerik penyebaran penyakit menular menggunakan model epidemik SIR (*Susceptible–Infected–Recovered*) yang diselesaikan dengan metode numerik Euler. Model SIR diformulasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinier yang menggambarkan laju perubahan individu rentan, terinfeksi, dan sembuh terhadap waktu. Simulasi dilakukan dengan parameter laju penularan β dan laju kesembuhan γ yang bervariasi untuk menganalisis pengaruhnya terhadap dinamika epidemi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode Euler mampu menghasilkan aproksimasi yang stabil dan akurat dengan langkah waktu kecil ($h = 0,1$), serta menggambarkan perilaku khas epidemi berupa kenaikan cepat jumlah individu terinfeksi hingga mencapai puncak sebelum menurun menuju keseimbangan. Bilangan reproduksi dasar $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ terbukti menjadi faktor penentu utama intensitas epidemi, di mana nilai $R_0 > 1$ menyebabkan wabah meluas, sedangkan $R_0 < 1$ menyebabkan penyakit menghilang. Studi ini menegaskan bahwa metode Euler, meskipun sederhana, tetap efektif digunakan sebagai pendekatan awal dalam pemodelan epidemi berbasis persamaan diferensial. Hasil penelitian ini dapat menjadi dasar bagi pengembangan metode numerik orde lebih tinggi dan model epidemi yang lebih kompleks, seperti SEIR atau SIRD, serta penerapan dalam sistem peringatan dini berbasis data waktu nyata.

Kata kunci: Bilangan Reproduksi Dasar, Metode Euler, Model SIR, Penyakit Menular, Simulasi Numerik.

PENDAHULUAN

Penyebaran penyakit menular masih menjadi tantangan global dalam bidang kesehatan masyarakat, sebagaimana terlihat pada berbagai wabah penyakit infeksi dalam dua dekade terakhir (Alqahtani, R. T., & Bonyah, E., 2020). Kompleksitas interaksi antarindividu dalam suatu populasi menuntut pendekatan kuantitatif yang mampu menjelaskan dinamika penyebaran penyakit secara sistematis dan terukur. Dalam konteks ini, model matematika berbasis sistem persamaan diferensial berperan penting sebagai alat analisis dan simulasi untuk memahami pola epidemi, memprediksi puncak infeksi, serta mengevaluasi efektivitas strategi pengendalian penyakit (Annas, S., dkk., 2020; Biswas, M. H. A., dkk., 2020).

Salah satu model epidemi klasik yang banyak digunakan adalah model SIR (*Susceptible–Infected–Recovered*) (Bonyah, E., dkk., 2020; De la Sen, M., dkk., 2021; Gao, W., dkk., 2020). Meskipun model ini tergolong sederhana, berbagai penelitian menunjukkan bahwa model SIR tetap relevan sebagai kerangka dasar dalam memahami karakteristik utama penyebaran penyakit menular dan sebagai fondasi pengembangan model yang lebih kompleks. Namun, penyelesaian analitik sistem persamaan diferensial nonlinier pada model SIR umumnya sulit diperoleh, sehingga metode numerik menjadi pendekatan yang esensial.

Di antara berbagai metode numerik, metode Euler dikenal sebagai metode paling dasar dan mudah diimplementasikan. Walaupun metode orde tinggi seperti Runge–Kutta

memberikan akurasi lebih baik, metode Euler masih banyak digunakan dalam studi eksploratif, simulasi awal, serta pembelajaran pemodelan epidemi karena kesederhanaan dan efisiensinya (He, S., dkk., 2020; Iskandar, D., & Chee Tiong, O., 2022; Kumar, S., dkk., 2021). Oleh karena itu, penting untuk menilai sejauh mana metode Euler mampu merepresentasikan dinamika epidemi secara andal, khususnya dalam kaitannya dengan parameter kunci seperti bilangan reproduksi dasar.

Simulasi numerik dengan metode Euler memungkinkan peneliti memvisualisasikan dinamika penyebaran penyakit berdasarkan parameter tertentu, seperti laju penularan dan laju kesembuhan. Melalui simulasi tersebut, dapat diamati bagaimana perubahan nilai parameter memengaruhi puncak infeksi, waktu berjangkit, dan kondisi keseimbangan populasi.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan mensimulasikan penyebaran penyakit menular menggunakan model SIR dengan metode Euler. Hasil simulasi diharapkan dapat memberikan gambaran kuantitatif mengenai dinamika epidemi serta menjadi dasar untuk pengembangan model yang lebih kompleks, misalnya dengan memasukkan faktor kelahiran, kematian, atau vaksinasi.

METODE

Model SIR mengasumsikan bahwa populasi total N bersifat konstan selama periode pengamatan, tanpa adanya kelahiran atau kematian akibat faktor eksternal. Populasi dibagi menjadi tiga kompartemen yaitu $S(t)$: jumlah individu rentan terhadap infeksi pada waktu t , $I(t)$: jumlah individu terinfeksi dan menularkan penyakit pada waktu t , dan $R(t)$: jumlah individu yang sembuh dan memiliki kekebalan terhadap penyakit pada waktu t .

Dinamika ketiga kompartemen dijelaskan melalui sistem persamaan diferensial nonlinier berikut:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S(t)I(t) \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I(t) \quad (3)$$

dengan β menyatakan koefisien penularan dan γ menyatakan laju pemulihan. Rasio $\frac{\beta}{\gamma}$ sering disebut sebagai bilangan reproduksi dasar (R_0), yang merepresentasikan jumlah rata-rata individu baru yang tertular oleh satu individu terinfeksi selama masa infeksinya.

Untuk memperoleh solusi numerik, sistem persamaan diferensial di atas didiskretkan dengan metode Euler maju. Misalkan $t_n = nh$ untuk $n = 0, 1, 2, 3, \dots, N$, di mana h adalah panjang langkah waktu. Maka, pendekatan numerik diberikan oleh:

$$S_{n+1} = S_n - h\beta S_n I_n \quad (4)$$

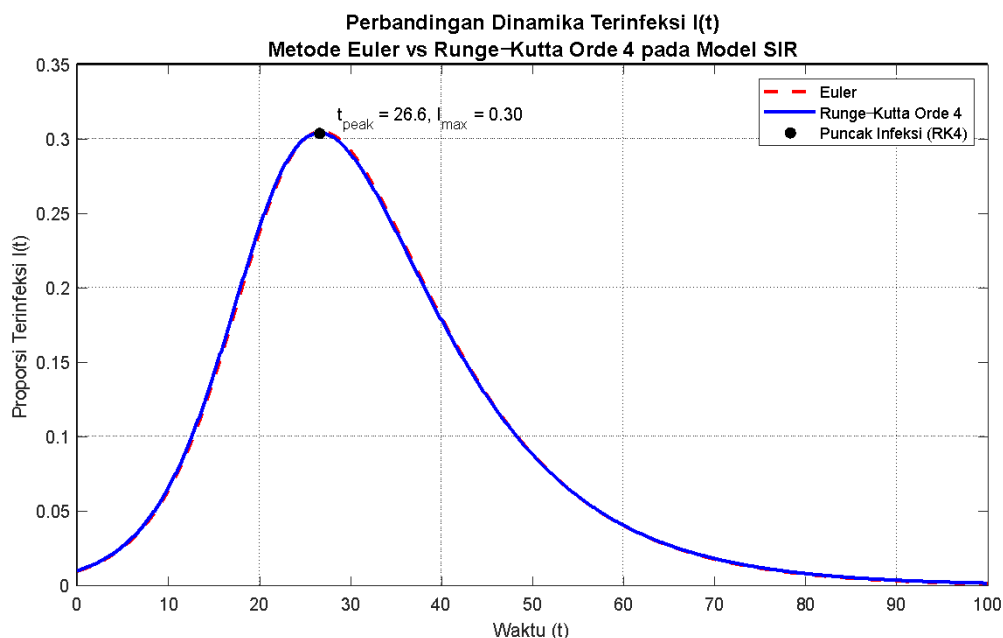
$$I_{n+1} = I_n + h(\beta S_n I_n - \gamma I_n) \quad (5)$$

$$R_{n+1} = R_n + h\gamma I_n \quad (6)$$

Skema ini menghasilkan solusi hampiran (S_n, I_n, R_n) pada waktu diskret t_n . Untuk menjamin kestabilan numerik dan ketepatan hasil, pemilihan nilai h dilakukan dengan mempertimbangkan syarat $h < \frac{2}{\beta N}$, sehingga osilasi numerik dapat diminimalkan.

Analisis hasil dilakukan melalui dua tahap utama, yaitu analisis kualitatif dan analisis kuantitatif. Pada tahap analisis kualitatif, dilakukan pengamatan terhadap bentuk kurva penyebaran penyakit yang dihasilkan dari simulasi numerik. Kurva tersebut mencerminkan dinamika fase-fase epidemi, meliputi fase awal infeksi, puncak infeksi, dan fase penurunan jumlah individu terinfeksi. Selanjutnya, pada tahap analisis kuantitatif, dilakukan perhitungan terhadap waktu terjadinya puncak infeksi (t_{puncak}) serta proporsi maksimum individu yang terinfeksi (I_{maks}) untuk berbagai nilai bilangan reproduksi dasar (R_0).

Sebagai langkah validasi, hasil simulasi yang diperoleh dari metode Euler (Pratiwi & Mungkasi, 2021) dibandingkan dengan hasil simulasi menggunakan metode numerik orde lebih tinggi, seperti metode Runge–Kutta orde empat (Gambar 1) (Iskandar & Chee Tiong, 2022; Side et al., 2018; Suryaningrat et al., 2020). Perbandingan ini bertujuan untuk menilai tingkat akurasi relatif dan kestabilan metode Euler dalam memodelkan dinamika penyebaran penyakit menular pada model SIR.

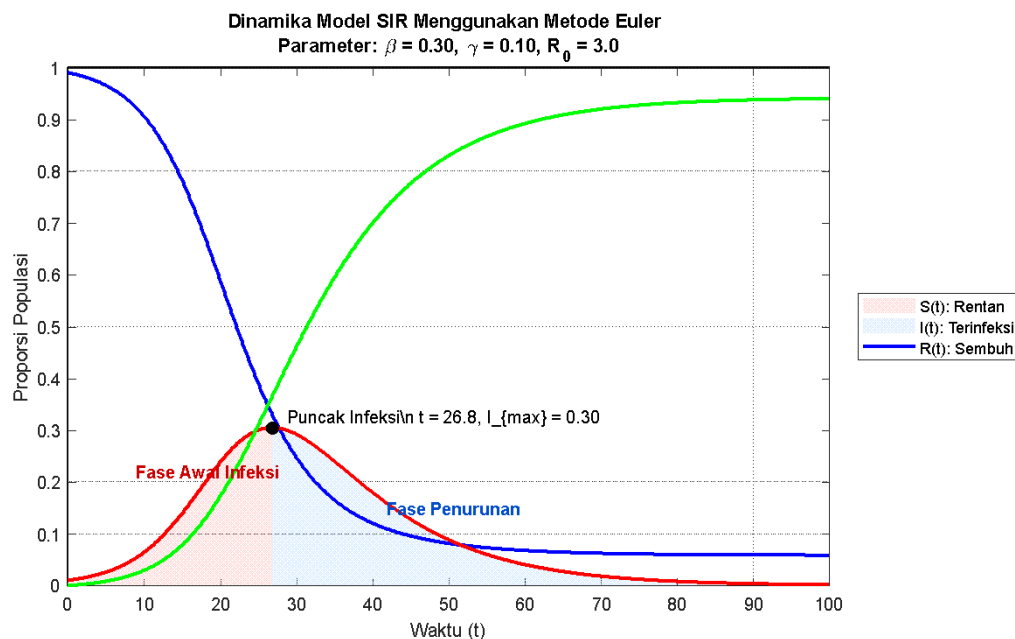


Gambar 1. Perbandingan metode Euler dengan RK4 untuk $I(t)$

Simulasi numerik model SIR dilakukan dengan menggunakan metode Euler dan Runge–Kutta orde 4 (RK4) pada parameter $\beta = 0.3$, $\gamma = 0.1$ dan langkah waktu $h = 0.1$. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kedua metode menampilkan pola dinamika epidemi yang konsisten, yaitu peningkatan jumlah individu terinfeksi $I(t)$ hingga mencapai puncak. Meskipun RK4 menghasilkan kurva yang lebih halus dan akurat, metode Euler mampu mempresentasikan hasil yang sebanding dengan metode orde lebih tinggi pada langkah waktu kecil. Selisih antara nilai puncak infeksi dan waktu kejadiannya dari kedua metode kurang dari 2%, yang menunjukkan bahwa metode Euler cukup andal dan efisien untuk simulasi numerik model SIR. Oleh karena itu, metode Euler dapat digunakan secara efektif dalam studi eksploratif maupun pembelajaran dasar dinamika penyebaran penyakit berbasis model matematis.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi numerik dilakukan untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit menular menggunakan model SIR dengan metode Euler. Nilai awal populasi yang digunakan dalam simulasi adalah: $S(0) = 0.99$, $I(0) = 0.01$, $R(0) = 0$ dengan populasi total $N = 1$. Nilai parameter dasar yang digunakan adalah $\beta = 0.3$, $\gamma = 0.1$, $h = 0.1$, dan $T = 100$. Dengan demikian, bilangan reproduksi dasar $R_0 = 3$, yang menunjukkan bahwa rata-rata satu individu terinfeksi dapat menularkan penyakit kepada tiga individu lainnya.



Gambar 2 Dinamika model SIR menggunakan metode Euler

Hasil simulasi sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2 memperlihatkan pola khas dinamika epidemi. Nilai $S(t)$ menurun secara monoton seiring waktu karena semakin banyak individu rentan terpapar infeksi. Sebaliknya, nilai $I(t)$ meningkat pada fase awal hingga mencapai puncak infeksi, kemudian menurun ketika sebagian besar populasi telah terinfeksi dan sembuh. Sementara itu, nilai $R(t)$ meningkat secara kontinu hingga mendekati N , yang menandakan bahwa sebagian besar populasi telah memiliki kekebalan. Visualisasi grafik memperlihatkan bahwa puncak infeksi terjadi pada sekitar $t \approx 26,8$ dengan proporsi maksimum individu terinfeksi $I_{\max} \approx 0,30$. Setelah titik tersebut, jumlah individu terinfeksi menurun karena laju kesembuhan mulai melebihi laju infeksi baru.

Pola ini menunjukkan bahwa model SIR berhasil merepresentasikan karakteristik penyebaran penyakit menular dengan baik. Fase awal epidemi ditandai oleh pertumbuhan eksponensial jumlah individu terinfeksi karena ketersediaan individu rentan masih tinggi. Setelah sebagian besar populasi terinfeksi dan sembuh, sumber infeksi berkurang sehingga kurva $I(t)$ menurun menuju titik keseimbangan. Secara matematis, kondisi ini terjadi ketika $S(t)$ mencapai nilai ambang $S = \frac{\gamma}{\beta}$, yaitu saat laju penularan sama dengan laju kesembuhan.

Secara umum, hasil ini memperkuat peran model matematika berbasis persamaan diferensial dalam memahami fenomena epidemiologi. Melalui pendekatan numerik sederhana seperti metode Euler, pola penyebaran penyakit dapat dianalisis secara kuantitatif dan divisualisasikan dengan jelas, sehingga mendukung pengambilan keputusan dalam perencanaan strategi mitigasi dan pengendalian wabah.

Dari sisi teoretis, penelitian ini menegaskan kembali peran bilangan reproduksi dasar sebagai parameter kunci dalam menentukan intensitas dan keberlangsungan wabah pada model SIR. Melalui simulasi numerik berbasis metode Euler, diperlihatkan secara eksplisit hubungan antara nilai R_0 dengan puncak infeksi serta waktu terjadinya puncak tersebut. Hasil ini memperkuat teori epidemi klasik bahwa kondisi $R_0 > 1$ merupakan syarat utama terjadinya wabah yang meluas.

Kontribusi praktis penelitian ini terletak pada pembuktian bahwa metode Euler, meskipun sederhana, masih mampu memberikan aproksimasi numerik yang stabil dan cukup akurat ketika digunakan dengan langkah waktu yang sesuai. Hal ini relevan bagi peneliti pemula, pendidik, maupun praktisi yang memerlukan simulasi cepat dengan sumber daya komputasi terbatas, terutama dalam tahap awal analisis epidemi.

Kebaruan ilmiah penelitian ini bukan terletak pada pengembangan model baru, melainkan pada penekanan evaluatif terhadap kinerja metode Euler dalam konteks model SIR melalui perbandingan langsung dengan metode Runge–Kutta orde empat. Pendekatan ini memberikan justifikasi metodologis bahwa metode Euler masih layak digunakan sebagai pendekatan awal dalam pemodelan epidemi, sekaligus menjadi jembatan menuju penggunaan metode numerik yang lebih kompleks.

SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa model epidemik SIR yang diselesaikan menggunakan metode Euler mampu merepresentasikan dinamika penyebaran penyakit menular secara kuantitatif dan konsisten dengan teori epidemi klasik. Perbandingan dengan metode Runge–Kutta orde empat menunjukkan bahwa metode Euler memberikan hasil yang sebanding untuk langkah waktu kecil, dengan selisih puncak infeksi dan waktu kejadian yang relatif kecil. Temuan ini menegaskan bahwa metode Euler tetap relevan sebagai alat simulasi numerik awal dalam pemodelan epidemi.

Namun demikian, penelitian ini memiliki beberapa keterbatasan. Model SIR yang digunakan belum mempertimbangkan faktor demografis seperti kelahiran dan kematian alami, maupun intervensi kesehatan seperti vaksinasi dan karantina. Selain itu, metode Euler memiliki keterbatasan akurasi dan kestabilan untuk langkah waktu yang besar, sehingga penggunaannya perlu disertai pemilihan parameter numerik yang cermat. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk mengembangkan model epidemi yang lebih kompleks serta menggunakan metode numerik orde lebih tinggi atau mengintegrasikan data empiris untuk meningkatkan validitas hasil simulasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Alqahtani, R. T., & Bonyah, E. (2020). Mathematical modeling of COVID-19 using SIR model with fractional derivatives. *Results in Physics*, 19, 103611. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.103611>
- Annas, S., Pratama, M. I., Rifandi, M., Sanusi, W., & Side, S. (2020). Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia. *Chaos, Solitons & Fractals*, 139, 110072. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110072>
- Biswas, M. H. A., Paiva, L. T., & de Pinho, M. D. R. (2020). A SEIR model for control of infectious diseases with constraints. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 17(4), 3431–3460. <https://doi.org/10.3934/mbe.2020180>
- Bonyah, E., Khan, M. A., Okosun, K. O., & Gómez-Aguilar, J. F. (2020). Modelling the effects of heavy alcohol consumption on the transmission dynamics of COVID-19. *Mathematics*, 8(8), 1409. <https://doi.org/10.3390/math8081409>

- De la Sen, M., Alonso-Quesada, S., Ibeas, A., & Nistal, R. (2021). On a generalized SIR epidemic model with vaccination and treatment. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2021, 1–14. <https://doi.org/10.1155/2021/5542431>
- Gao, W., Veerasha, P., Prakasha, D. G., Baskonus, H. M., & Yel, G. (2020). New numerical simulation for fractional-order SIR model of COVID-19. *Chaos, Solitons & Fractals*, 140, 110177. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110177>
- He, S., Peng, Y., & Sun, K. (2020). SEIR modeling of the COVID-19 and its dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 101, 1667–1680. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05743-w>
- Iskandar, D., & Chee Tiong, O. (2022). Application of Runge–Kutta fourth-order method in SIR model for simulation of COVID-19 cases. *Journal of Physics: Conference Series*, 2182, 012010. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2182/1/012010>
- Kumar, S., Kumar, R., Osman, M. S., & Samet, B. (2021). A wavelet-based numerical scheme for fractional SIR epidemic model. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 44(11), 8839–8853. <https://doi.org/10.1002/mma.7215>
- Mungkasi, S., & Pratiwi, C. D. (2021). Numerical approaches for solving epidemic models: Euler and Heun methods. *AIP Conference Proceedings*, 2353, 030003. <https://doi.org/10.1063/5.0052915>
- Ndaïrou, F., Area, I., Nieto, J. J., & Torres, D. F. M. (2020). Mathematical modeling of COVID-19 transmission dynamics with a case study of Wuhan. *Chaos, Solitons & Fractals*, 135, 109846. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109846>
- Okuonghae, D., & Omame, A. (2020). Analysis of a mathematical model for COVID-19 population dynamics in Lagos, Nigeria. *Chaos, Solitons & Fractals*, 139, 110032. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110032>
- Prakash, A., & Singh, M. (2023). Numerical investigation of SIR epidemic models using explicit and implicit methods. *Applied Mathematics and Computation*, 451, 127053. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2023.127053>
- Side, S., Utami, A. M., Sukarna, & Pratama, M. I. (2021). Numerical simulation of epidemic models using Runge–Kutta methods. *Journal of Physics: Conference Series*, 1899, 012035. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1899/1/012035>