



Penerapan Pewarnaan Graf pada Peta Kecamatan di Kabupaten Karawang Menggunakan Algoritma *Welch-Powell*

Wirda Ardayanti^{1*}

Universitas Singaperbangsa Karawang, 2210631050049@student.unsika.ac.id

Desi Rahmawati²

Universitas Singaperbangsa Karawang, 2210631050119@student.unsika.ac.id

Sofi Nadea Putri³

Universitas Singaperbangsa Karawang, 2210631050039@student.unsika.ac.id

Rikayanti^{4*}

Universitas Singaperbangsa Karawang, rika.yanti@fkip.unsika.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan menerapkan Algoritma *Welch-Powell* untuk menentukan jumlah warna minimum pada peta administratif Kabupaten Karawang sehingga tidak terjadi konflik warna antarwilayah yang saling berbatasan. Penelitian menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif dengan metode studi kasus terhadap 30 kecamatan di Kabupaten Karawang. Data penelitian bersumber dari peta administratif yang diperoleh dari Badan Informasi Geospasial (BIG) dan Dinas Tata Ruang Kabupaten Karawang. Peta tersebut direpresentasikan ke dalam graf tidak berarah dengan kecamatan sebagai simpul (*vertex*) dan batas wilayah sebagai sisi (*edge*). Proses analisis dilakukan melalui pengurutan simpul berdasarkan derajat tertinggi, pewarnaan graf menggunakan Algoritma *Welch-Powell*, serta validasi hasil pewarnaan untuk memastikan tidak ada dua simpul bertetangga yang memiliki warna sama. Hasil penelitian menunjukkan bahwa graf peta Kabupaten Karawang dapat diwarnai secara optimal menggunakan empat warna, yaitu merah, kuning, hijau, dan biru, sehingga bilangan kromatik graf adalah $\chi(G) = 4$. Hasil ini menunjukkan bahwa Algoritma *Welch-Powell* mampu menghasilkan pewarnaan graf yang efisien dan konsisten pada pemodelan wilayah administratif. Simpulan penelitian ini adalah bahwa Algoritma *Welch-Powell* dapat digunakan sebagai pendekatan matematis yang praktis dalam pewarnaan peta, khususnya untuk mendukung visualisasi data spasial dan pengembangan sistem informasi geografis di Indonesia.

Kata kunci: Algoritma *Welch-Powell*, Bilangan Kromatik, Pewarnaan Graf

PENDAHULUAN

Teori graf merupakan salah satu cabang penting dalam matematika diskrit yang banyak diterapkan untuk memecahkan berbagai masalah nyata, seperti transportasi, penjadwalan, jaringan komputer, dan pewarnaan wilayah peta. Konsep fundamental dalam teori graf adalah pewarnaan graf, yang melibatkan penugasan warna kepada setiap simpul (*vertex*) graf sedemikian rupa sehingga simpul-simpul yang berhubungan langsung tidak memiliki warna identik. Tujuan pewarnaan graf adalah meminimalkan jumlah warna yang digunakan sambil mematuhi prinsip keterhubungan, sehingga konsep ini dapat diterapkan di bidang seperti penentuan jadwal ujian, distribusi frekuensi radio, dan pewarnaan peta administratif (Surbakti, 2023).

Proses pewarnaan graf melibatkan berbagai algoritma, di antaranya Algoritma *Welch-Powell*, yang dikategorikan sebagai *greedy algorithm*. Algoritma ini beroperasi dengan memprioritaskan pemilihan simpul yang memiliki derajat tertinggi, kemudian menugaskan warna secara bertahap untuk memastikan bahwa simpul bersebelahan tidak memiliki warna sama (Sutadi, 2023). Metode ini, meskipun sederhana, terbukti efektif dalam menghasilkan pewarnaan efisien dengan jumlah warna minimal. Berbagai studi telah mendemonstrasikan keberhasilan algoritma ini dalam menyelesaikan masalah pewarnaan di konteks riil, seperti

penjadwalan seminar, sistem frekuensi, dan representasi wilayah geografis (Maro, Ena, & Klaping, 2022).

Beberapa penelitian sebelumnya telah mengimplementasikan pewarnaan graf pada peta administratif wilayah. Sebagai contoh, Maro, Ena, dan Klaping (2022) menggunakan Algoritma *Welch-Powell* untuk pewarnaan wilayah di Pulau Alor, Nusa Tenggara Timur, dan berhasil mengidentifikasi pola pewarnaan optimal guna menghindari konflik antarwilayah. Penelitian oleh Svarcmajer dkk. (2025) dan Malviya dkk. (2024) menunjukkan efektivitas algoritma ini dalam mengoptimalkan jaringan sistem dan penjadwalan berbasis graf. Namun, aplikasi spesifik pada peta administratif tingkat kabupaten di Indonesia masih belum cukup luas, khususnya yang menekankan aspek spasial dan efisiensi jumlah warna di wilayah dengan banyak kecamatan yang berbatasan erat.

Dengan mempertimbangkan hal tersebut, penelitian ini bertujuan menerapkan pewarnaan graf melalui Algoritma *Welch-Powell* pada peta Kabupaten Karawang, sebagai ilustrasi praktis pemanfaatan teori graf dalam kehidupan sehari-hari. Implementasi ini diharapkan dapat menentukan jumlah warna minimal untuk pewarnaan semua kecamatan tanpa adanya konflik warna di wilayah yang berbatasan. Lebih lanjut, penelitian ini bermaksud menunjukkan bahwa konsep matematika abstrak seperti teori graf dapat diterapkan untuk mengatasi masalah praktis, terutama dalam visualisasi data spasial dan manajemen informasi wilayah.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif dengan metode studi kasus yang bertujuan untuk menganalisis data spasial berupa peta administratif Kabupaten Karawang serta menerapkan Algoritma *Welch-Powell* dalam proses pewarnaan graf. Fokus utama penelitian adalah menentukan jumlah warna minimum atau bilangan kromatik ($\chi(G)$) sehingga tidak terdapat dua wilayah bertetangga yang memiliki warna yang sama. Metode pewarnaan yang digunakan adalah pewarnaan titik (*vertex coloring*), yaitu pemberian warna pada setiap simpul (*vertex*) dengan ketentuan bahwa simpul-simpul yang saling berhubungan langsung tidak boleh memiliki warna identik. Pendekatan ini dipilih karena mampu merepresentasikan permasalahan spasial secara matematis, sistematis, dan terukur (Sugiyono, 2022; Munir, 2016).

Objek penelitian berupa peta administratif Kabupaten Karawang, Provinsi Jawa Barat, yang terdiri dari 30 kecamatan. Data peta diperoleh dari Badan Informasi Geospasial (BIG) dan Dinas Tata Ruang Kabupaten Karawang dalam format peta digital. Peta tersebut kemudian diolah dengan mengidentifikasi batas wilayah antar kecamatan yang saling berbatasan. Setiap kecamatan direpresentasikan sebagai simpul (*vertex*), sedangkan batas wilayah antar kecamatan direpresentasikan sebagai sisi (*edge*), sehingga terbentuk model graf tak berarah yang menggambarkan hubungan spasial antar wilayah (Rosen, 2019).

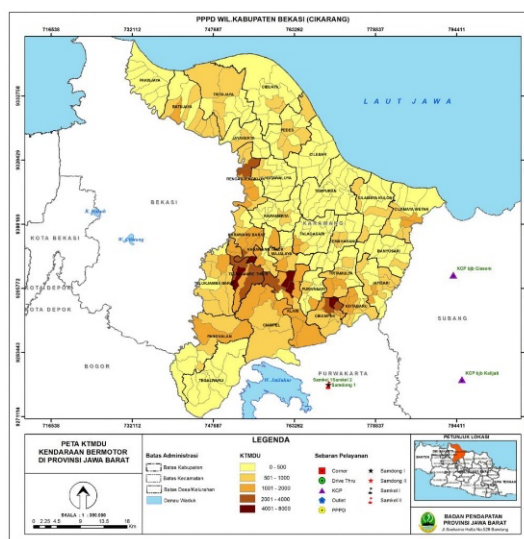
Proses transformasi peta ke dalam bentuk graf dilakukan melalui beberapa tahapan, yaitu identifikasi hubungan ketetanggaan antar kecamatan, penyusunan daftar simpul dan sisi, serta pembentukan struktur graf yang sesuai. Setiap simpul dihitung derajatnya (*degree*) untuk mengetahui tingkat keterhubungan antar wilayah, yang selanjutnya digunakan sebagai dasar dalam proses pewarnaan graf.

Penerapan Algoritma *Welch-Powell* dilakukan secara ringkas melalui langkah-langkah utama sebagai berikut: (1) mengurutkan seluruh simpul berdasarkan derajat tertinggi ke terendah, (2) memberikan warna pertama pada simpul dengan derajat tertinggi, (3) mewarnai simpul-simpul lain yang tidak bertetangga dengan simpul tersebut menggunakan warna yang sama, dan (4) mengulangi proses pewarnaan dengan warna berikutnya hingga seluruh simpul pada graf terwarnai. Jumlah warna minimum yang diperoleh dari proses ini ditetapkan sebagai bilangan kromatik $\chi(G)$ (Sutadi, 2023).

Hasil pewarnaan divisualisasikan dalam bentuk graf berwarna (vertex-colored graph) untuk memperlihatkan keterhubungan antar wilayah secara jelas dan informatif. Validasi hasil dilakukan melalui pengecekan manual hubungan ketetanggaan antar simpul untuk memastikan bahwa tidak terdapat dua simpul bertetangga yang memiliki warna sama. Dalam proses pemodelan graf dan visualisasi pewarnaan, penelitian ini menggunakan bantuan Draw.io untuk mempermudah representasi graf.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian hasil dan pembahasan dalam penelitian ini memaparkan penerapan Algoritma *Welch–Powell* pada peta administratif Kabupaten Karawang untuk menentukan jumlah warna minimum yang diperlukan tanpa menimbulkan konflik antarwilayah yang saling berbatasan. Analisis dilakukan untuk menilai efektivitas algoritma dalam pewarnaan graf serta relevansinya terhadap penerapan teori graf pada konteks spasial dan pemetaan wilayah administratif di Indonesia.



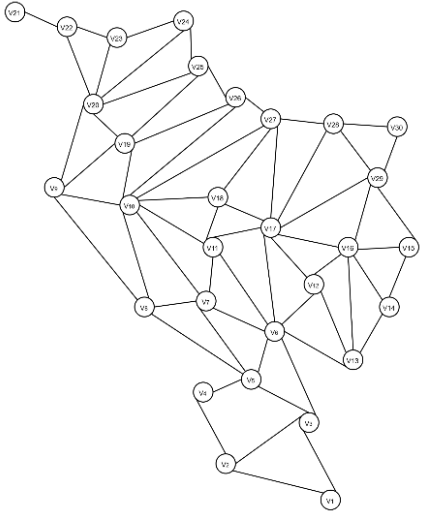
Gambar 1. Peta Kabupaten Karawang

Tabel 1. Nama-nama Kecamatan di Kabupaten Karawang

No	Kecamatan
1.	Tegalwaru
2.	Pangkalan
3.	Ciampel
4.	Teluk Jambe Barat
5.	Teluk Jambe Timur
6.	Klari
7.	Karawang Timur
8.	Karawang Barat
9.	Rengasdengklok
10.	Rawamerta
11.	Majalaya
12.	Purwasari
13.	Cikampek
14.	Kotabaru
15.	Jatisari
16.	Tirtamulya
17.	Lemah Abang
18.	Telagasari

No	Kecamatan
19.	Kutawaluya
20.	Jayakarta
21.	Pakisjaya
22.	Batujaya
23.	Tirtajaya
24.	Cibuaya
25.	Pedes
26.	Cilebar
27.	Tempuran
28.	Cilamaya Kulon
29.	Banyusari
30.	Cilamaya Wetan

Berdasarkan Tabel 1, diketahui bahwa peta Kabupaten Karawang terdiri dari 30 kecamatan yang direpresentasikan menjadi suatu graf tidak berarah, dengan setiap kecamatan sebagai simpul (*vertex*) dan batas antar kecamatan yang saling berdekatan sebagai sisi (*edge*). Masing-masing kecamatan diberi notasi $v_1, v_2, \dots, v_{30}$ sesuai urutan pada tabel. Representasi ini digunakan untuk memodelkan hubungan spasial antar kecamatan dalam proses pewarnaan graf menggunakan Algoritma *Welch–Powell*.



Gambar 1. Graf Peta Kecamatan Karawang

Berdasarkan Gambar 2, kecamatan–kecamatan yang berada di Kabupaten Karawang direpresentasikan sebagai *vertex* dalam graf, di mana setiap *vertex* memiliki jumlah *edge* yang berbeda-beda sesuai dengan batas wilayah antar kecamatan yang saling berdekatan. Semakin banyak *edge* yang dimiliki suatu *vertex*, semakin luas pula hubungan spasial kecamatan tersebut dengan kecamatan lain di sekitarnya. Adapun Tabel 2 berikut menyajikan jumlah *edge* pada masing-masing kecamatan secara berurutan.

Tabel 2. Keterangan Jumlah *Edge* Berdasarkan Nama Kecamatan

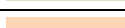
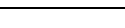
No	Kecamatan	Nama <i>Vertex</i>	Jumlah <i>Edge</i>
1.	Tegalwaru	V1	2
2.	Pangkalan	V2	3
3.	Ciampel	V3	4
4.	Teluk Jambe Barat	V4	2
5.	Teluk Jambe Timur	V5	5
6.	Klari	V6	7
7.	Karawang Timur	V7	5

No	Kecamatan	Nama <i>Vertex</i>	Jumlah <i>Edge</i>
8.	Karawang Barat	V8	4
9.	Rengasdengklok	V9	4
10.	Rawamerta	V10	8
11.	Majalaya	V11	5
12.	Purwasari	V12	4
13.	Cikampek	V13	4
14.	Kotabaru	V14	3
15.	Jatisari	V15	3
16.	Tirtamulya	V16	6
17.	Lemah Abang	V17	8
18.	Telagasari	V18	4
19.	Kutawaluya	V19	5
20.	Jayakarta	V20	6
21.	Pakisjaya	V21	1
22.	Batujaya	V22	3
23.	Tirtajaya	V23	3
24.	Cibuaya	V24	3
25.	Pedes	V25	4
26.	Cilebar	V26	4
27.	Tempuran	V27	5
28.	Cilamaya Kulon	V28	4
29.	Banyusari	V29	5
30.	Cilamaya Wetan	V30	2

Berdasarkan hasil transformasi graf peta Kabupaten Karawang, terlihat bahwa beberapa simpul (*vertex*) memiliki jumlah *edge* yang berbeda-beda. Simpul dengan jumlah *edge* terbanyak adalah V10 (Rawamerta) dan V17 (Lemah Abang), masing-masing memiliki 8 sisi yang menunjukkan bahwa kedua kecamatan tersebut berbatasan langsung dengan banyak wilayah lain. Sebaliknya, simpul dengan jumlah *edge* paling sedikit adalah V21 (Pakisjaya) yang hanya memiliki 1 sisi, menandakan keterhubungan wilayahnya relatif sedikit dibandingkan kecamatan lainnya.

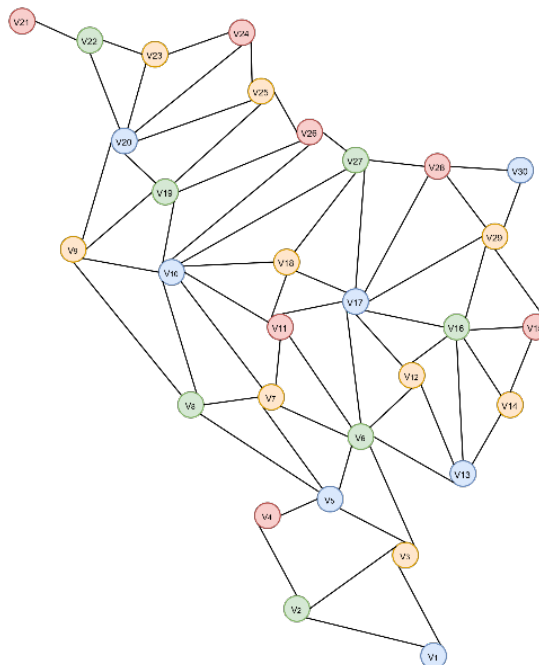
Selanjutnya, proses pewarnaan graf simpul pada peta Kabupaten Karawang dilakukan menggunakan Algoritma *Welch-Powell*. Langkah awal dimulai dengan mengurutkan seluruh simpul berdasarkan derajat tertinggi, kemudian memberi warna pertama pada simpul dengan derajat terbesar. Setelah itu, simpul-simpul lain yang tidak bersebelahan dengan simpul tersebut akan diberi warna yang sama. Proses ini dilakukan secara berurutan, dan ketika tidak memungkinkan menggunakan warna yang sama, maka digunakan warna berikutnya hingga seluruh simpul terwarnai.

Tabel 3. Pewarnaan Graf pada Kecamatan Berdasarkan Algoritma *Welch-Powell*

No	Kecamatan	Nama <i>Vertex</i>	Warna Graf
1.	Rawamerta	V10	
2.	Lemah Abang	V17	
3.	Klari	V6	
4.	Jayakarta	V20	
5.	Tirtamulya	V16	
6.	Teluk Jambe Timur	V5	
7.	Karawang Timur	V7	
8.	Majalaya	V11	
9.	Kutawaluya	V19	
10.	Tempuran	V27	
11.	Banyusari	V29	

No	Kecamatan	Nama <i>Vertex</i>	Warna Graf
12.	Ciampel	V3	
13.	Karawang Barat	V8	
14.	Rengasdengklok	V9	
15.	Purwasari	V12	
16.	Cikampek	V13	
17.	Telagasari	V18	
18.	Pedes	V25	
19.	Cilebar	V26	
20.	Cilamaya Kulon	V28	
21.	Pangkalan	V2	
22.	Kotabaru	V14	
23.	Jatisari	V15	
24.	Batujaya	V22	
25.	Tirtajaya	V23	
26.	Cibuaya	V24	
27.	Tegalwaru	V1	
28.	Teluk Jambe Barat	V4	
29.	Cilamaya Wetan	V30	
30.	Pakisjaya	V21	

Hasil penerapan algoritma *Welch–Powell* pada graf peta Kabupaten Karawang menghasilkan empat warna optimal, yaitu Merah, Kuning, Hijau, dan Biru. Pewarnaan ini menunjukkan bahwa tidak ada dua simpul yang saling bersebelahan memiliki warna yang sama. Dengan demikian, bilangan kromatik ($\chi(G)$) untuk graf peta Kecamatan di Kabupaten Karawang adalah 4.



Gambar 2. Pewarnaan Graf pada Vertex Peta Kecamatan di Karawang

Visualisasi hasil pewarnaan simpul dapat dilihat pada Gambar 8, di mana distribusi keempat warna tersebut menggambarkan keterhubungan antar kecamatan tanpa adanya konflik warna pada wilayah yang berbatasan langsung. Hasil ini menegaskan bahwa algoritma *Welch–Powell* mampu memberikan solusi pewarnaan yang efisien serta

meminimalkan jumlah warna tanpa konflik. Selain itu, simpul dengan derajat tinggi (misalnya V10 dan V17) berperan penting dalam menentukan kompleksitas graf dan jumlah warna yang dibutuhkan.

Hasil pewarnaan graf peta Kabupaten Karawang yang menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G) = 4$ selaras dengan Teori Empat Warna (Four Color Theorem) yang menyatakan bahwa setiap graf planar dapat diwarnai dengan paling banyak empat warna tanpa adanya dua simpul bertetangga yang memiliki warna sama (Diestel, 2017). Peta administratif Kabupaten Karawang dapat dikategorikan sebagai graf planar, karena representasi wilayah dan batas kecamatan dapat digambarkan pada bidang datar tanpa perpotongan sisi, sebagaimana karakteristik graf planar pada peta geografis (Munir, 2016). Oleh karena itu, penggunaan empat warna pada pewarnaan graf Kabupaten Karawang masih berada dalam batas teoritis yang dibenarkan secara matematis. Jumlah warna yang diperoleh mencerminkan tingkat keterhubungan antar kecamatan yang cukup kompleks, namun tidak melampaui batas maksimum pewarnaan graf planar, sehingga memperkuat relevansi penerapan Algoritma *Welch–Powell* pada konteks pemetaan wilayah administratif.

Temuan ini sejalan dengan penelitian Hariyani dkk. (2022) yang menerapkan Algoritma *Welch–Powell* pada peta Provinsi Jawa Barat dan memperoleh bilangan kromatik $\chi(G) = 3$, yang mencerminkan keterhubungan wilayah yang relatif lebih sederhana dibandingkan Kabupaten Karawang. Sementara itu, penelitian Maro (2022) pada peta Pulau Alor menghasilkan $\chi(G) = 5$, yang menunjukkan tingkat keterhubungan wilayah yang lebih padat dan kompleks sehingga membutuhkan jumlah warna lebih banyak. Perbandingan ini mengindikasikan bahwa nilai bilangan kromatik sangat dipengaruhi oleh struktur dan kepadatan hubungan antar wilayah. Selain itu, hasil penelitian Pratama dan Kurniawan (2021) pada jaringan transportasi juga menunjukkan bahwa Algoritma *Welch–Powell* mampu memberikan solusi pewarnaan yang efisien pada graf berukuran sedang, sehingga memperkuat kesesuaian algoritma ini untuk diterapkan pada graf planar dalam konteks pemetaan wilayah administratif di Indonesia.

SIMPULAN

Berdasarkan penerapan Algoritma *Welch–Powell* pada peta administratif Kabupaten Karawang, diperoleh bahwa seluruh 30 kecamatan dapat diwarnai tanpa konflik antarwilayah yang saling berbatasan dengan menggunakan empat warna optimal, yaitu merah, kuning, hijau, dan biru, sehingga bilangan kromatik graf adalah $\chi(G) = 4$. Hasil ini menegaskan bahwa Algoritma *Welch–Powell* mampu menghasilkan pewarnaan simpul yang efisien dan sesuai dengan karakteristik graf planar pada peta wilayah administratif. Kontribusi utama penelitian ini terletak pada penyajian model matematis berbasis teori graf yang sistematis untuk merepresentasikan dan menganalisis keterhubungan spasial antar kecamatan di tingkat kabupaten.

Selain itu, hasil penelitian menunjukkan bahwa Algoritma *Welch–Powell* memiliki potensi penerapan praktis dalam sistem informasi geografis (SIG) dan visualisasi data spasial, khususnya untuk mendukung penataan wilayah dan penyajian peta digital tanpa konflik warna. Sebagai rekomendasi, penelitian selanjutnya dapat mengembangkan pendekatan ini dengan membandingkan algoritma pewarnaan graf lain, seperti DSATUR atau algoritma genetika, serta mengintegrasikan analisis berbasis perangkat lunak SIG untuk wilayah dengan tingkat kompleksitas spasial yang lebih tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

- Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (2008). *Graph Theory*. London: Springer.
 Diestel, R. (2017). *Graph Theory* (5th ed.). Berlin: Springer

- Hariyani, S., Nugroho, A., & Setiawan, B. (2022). Penerapan Algoritma Welch–Powell dalam Pewarnaan Peta Provinsi Jawa Barat untuk Penentuan Bilangan Kromatik. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, 15(2), 115–123.
- Malviya, A., Agrawal, B., & Kumar, S. (2024). Graph Coloring Algorithm for Course Timetable Scheduling Problem. *ShodhKosh: Journal of Visual and Performing Arts*, 5(3), 452–460.
- Maro, F. A. (2022). Analisis Pewarnaan Graf pada Peta Pulau Alor Menggunakan Algoritma Welch–Powell. *Jurnal Ilmu Komputer dan Sistem Informasi*, 10(1), 45–53.
- Maro, L., Ena, M., & Klaping, E. (2022). Application of the Welch–Powell Algorithm on Graph Coloring in Mapping Village Area in Alor Island, East Nusa Tenggara. *Jurnal Ilmiah Wahana Pendidikan*, 8(23), 569–575.
- Munir, R. (2016). *Algoritma dan Pemrograman dalam Teori Graf*. Bandung: Informatika.
- Pratama, R., & Kurniawan, D. (2021). Implementasi Algoritma Welch–Powell pada Jaringan Transportasi Menggunakan Model Graf. *Jurnal Sains dan Teknologi Informasi*, 7(4), 230–238.
- Qomaruddin, M., Bismi, M., & Hariyanto, A. (2022). Penerapan Algoritma Welch–Powell untuk Pewarnaan Graf pada Peta Wilayah Administratif. *Jurnal Ilmiah Komputer dan Informatika (KOMPUTA)*, 11(2), 85–93.
- Rosen, K. H. (2019). *Discrete Mathematics and Its Applications* (8th ed.). New York: McGraw-Hill Education.
- Sugiyono. (2022). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Surbakti, N. M. (2023). Implementation of Graph Coloring Using the Welch–Powell Algorithm in Scheduling Thesis Proposal Seminars in the Mathematics Study Program at Universitas Negeri Medan. *Jurnal Digital Sistem Informasi*, 2(2), 45–46.
- Sutadi, D. (2023). Analisis Implementasi Algoritma Welch–Powell pada Pewarnaan Graf untuk Penjadwalan dan Pemetaan. *Jurnal Teknologi dan Sains Komputasi*, 9(1), 44–52.
- Svarcmajer, M., Ivanović, D., Rudec, T., & Lukić, I. (2025). Application of Graph Theory and Variants of Greedy Graph Coloring Algorithms for Optimization of Distributed Peer-to-Peer Blockchain Networks. *Technologies*, 13(1), 33–45.
- West, D. B. (2001). *Introduction to Graph Theory* (2nd ed.). NJ: Prentice Hall.